**УРОК №20.**

**ТЕМА:** ***Логічні операції: кон’юнкція, диз’юнкція, заперечення. Логічні формули. Табличні істинності.***

**Тема:** **Логічні операції: кон’юнкція, диз’юнкція, заперечення. Логічні формули. Табличні істинності.**

**Мета:** Актуалізувати знання учнів про математичну логіку, логічні константи, логічні змінні, логічні вирази. Подати новий навчальний матеріал про такі логічні операції як кон’юнкція, диз’юнкція, заперечення, логічні формули, табличні істинності. Закріпити даний матеріал під час виконання практичних завдань.

**Тип уроку:** Комбінований урок.

**План уроку:**

Актуалізація опорних знань учнів.

Вивчення нового навчального матеріалу.

1. Логічні операції.
2. Пріоритет операцій. Таблиці істинності.
3. Логічні формули.

Практичні завдання.

Домашнє завдання.

**Актуалізація опорних знань:**

**1.** Що вивчає наука логіка? Що вивчає математична логіка?

**2.** Що таке висловлення? Наведіть приклади істинних і хибних висловлень.

**3.** Які речення не є висловленнями?

**4.** Що називається логічною константою?

**5.** Яка змінна називається логічною?

**6.** Чим логічна змінна відрізняється від логічного висловлення?

**7.** З чого складаються логічні вирази? Які значення вони можуть набувати?

**Вивчення нового навчального матеріалу:**

**1. Логічні операції.**

Із простих висловлень можна отримати нові – **складені**, – використовуючи **логічні операції: заперечення, кон’юнкцію** (лат. *conjunctio* – об’єднання), **диз’юнкцію** (лат. *disjunctio* – роз’єднання) та ін.

***Запереченням* називається операція утворення з висловлення *А* такого складеного висловлення** $\overbar{А}$**(читається «не *А*»), яке істинне тоді, коли *А* хибне, і хибне тоді, коли *А* істинне.**

Використанню операції заперечення в українській мові відповідає вживання частки «не» перед дієсловом. Наприклад, запереченням висловлення *А =* *«Існує найбільше просте число»* є висловлення $\overbar{А}$ =*«Не існує найбільшого простого числа».*

Висловлення та його заперечення не можуть бути одночасно істинними або одночасно хибними.

Подібно до того, як у математиці використовують таблиці додавання та множення для визначення результатів виконання цих арифметичних операцій, у математичній логіці використовують **таблиці істинності**. У таблиці істинності для кожного можливого набору значень властивості **істинність** висловлень наводиться відповідне значення цієї властивості для висловлення, яке є результатом виконання логічної операції над ними.

За означенням, заперечення виконується над одним висловленням, яке може бути або істинним, або хибним. Тому таблиця істинності операції заперечення має такий вигляд:

***Кон’юнкцією* двох висловлень *А* та *В* називається операція утворення такого складеного висловлення *А*** ˄ ***В* (читається «*А* і *В*»)*,* яке істинне тоді й тільки тоді, коли обидва висловлення *А* і *В* істинні.**

Використанню операції кон’юнкція в українській мові відповідає вживання сполучника «і». Наприклад, висловлення *В =* *«Число 27 кратне 3 і число 27 кратне 9»* є кон’юнкцією двох висловлень: *«Число 27 кратне 3» і «Число 27 кратне 9»*.

За означенням, кон’юнкція виконується над двома висловленнями.

Кожне з них може бути або істинним, або хибним. Тому таблиця істинності операції кон’юнкція має такий вигляд:

Операцію кон’юнкція також називають **логічним множенням**.

***Диз’юнкцією* двох висловлень *А* та *В* називається операція утворення такого складеного висловлення *А*** ˅ ***В* (читається «*А* або *В*»)*,* яке істинне тоді й тільки тоді, коли істинне хоча б одне з висловлень *А* або *В*.**

Використанню операції диз’юнкція в українській мові відповідає вживання сполучника «або». Наприклад, висловлення *С* = *«21* ≤ *21»* є диз’юнкцією двох висловлень: «*21* = *21*» *або* «*21 < 21*»*.*

За означенням, диз’юнкція виконується над двома висловленнями. Кожне з них може бути або істинним, або хибним. Тому таблиця істинності операції диз’юнкція має такий вигляд:

Операцію диз’юнкція також називають **логічним додаванням**.

Під час розв’язування багатьох задач трапляються висловлення зі змінними, в яких використовуються знаки порівняння: > (більше), < (менше), = (дорівнює), <> (не дорівнює), >= (більше або дорівнює), <= (менше або дорівнює), наприклад *x >* 5, *y < z*. Такі висловлення можуть бути істинними при одних значеннях змінних і хибними при інших.

Висловлення *x <* 0 є простим, а висловлення 3 *< x <* 5 – складеним.

Останнє можна представити як кон’юнкцію двох простих висловлень: (*x >* 3) ˄ (*x <* 5)*.*

Наприклад, щоб визначити, чи лежить точка з координатами (*х*; *у*) у першій координатній чверті, потрібно визначити істинність складеного висловлення (*х >* 0) і (*y >* 0). Для точки з координатами (3; –5) матимемо (3 *>* 0) і (–5 > 0)*.* Оскільки перше твердження істинне, а друге – хибне, то їхня кон’юнкція хибна. Тобто ця точка не лежить у першій чверті.

**2. Пріоритет операцій. Таблиці істинності.**

Для логічних операцій, розглянутих вище, визначено такий **пріоритет операцій**: заперечення, кон’юнкція, диз’юнкція. Для змінення цього порядку виконання логічних операцій використовують дужки.

**Для обчислення значення істинності логічного виразу можна використати таблиці істинності.**

Для складання та заповнення таблиці істинності потрібно:

1. Обчислити кількість можливих наборів значень логічних змінних.

Якщо формула містить *n* різних логічних змінних, то можливих наборів значень цих змінних буде 2*n*. Це число визначає кількість рядків у таблиці істинності.

2. Обчислити кількість логічних операцій у логічному виразі. Ця кількість плюс кількість логічних змінних визначає кількість стовпців таблиці.

3. Заповнити перші *n* стовпців усіма можливими наборами значень логічних змінних.

4. Заповнити кожний наступний стовпець значеннями, отриманими під час виконання чергової логічної операції. Черговість встановлюється згідно з названим пріоритетом операцій.

В останньому стовпці таблиці будуть отримані всі можливі значення істинності заданого логічного виразу.

Наприклад, вираз $\overbar{А}$˅ *B* ˄ *A* містить дві логічні змінні, тобто *n* = 2.

Отже, усього існує 4 набори можливих значень цих змінних (2*n =* 22 = 4). Вираз містить 3 логічні операції: заперечення, диз’юнкція та кон’юнкція. Таким чином, таблиця істинності складатиметься із 4 рядків і 5 стовпців. Першою, згідно з пріоритетом, виконуватиметься операція заперечення, другою – кон’юнкція, останньою – диз’юнкція, в якій потрібно використовувати результати перших двох операцій.

Отримаємо таку таблицю істинності:

Аналізуючи останній стовпець таблиці істинності, робимо висновок, що вираз матиме значення *false* лише у випадку, коли логічні змінні мають такі значення: *А* = *true*, *B* = *false*. У всіх інших випадках значенням логічного виразу буде *true*.

**3. Логічні формули.**

**Два логічні вирази називаються *рівносильними*, якщо вони набувають однакових значень при одних і тих самих наборах значень логічних змінних, що входять до цих виразів.**

**Рівносильність двох логічних виразів утворює *логічну формулу*.**

Наведемо кілька цікавих і корисних логічних формул:

1. $̿$ = А – формула подвійного заперечення;

2. *A* ˄ (*A ˅* *B*) = *А* – формула поглинання;

3. $\overbar{А˅В}$ = $\overbar{А}$ ˄$\overbar{В}$ – формула заперечення диз’юнкції (закон де Моргана).

Для доведення цих рівносильностей можна скласти і порівняти таб лиці істинності логічних виразів у правій і лівій частинах. Пропонуємо вам зробити це самостійно.

**Август де Морган** (1806–1871) (рис. 2.38) – шотландський математик і логік, професор математики Лондонського університетського коледжу, перший президент Лондонського математичного товариства. Результати своїх досліджень з логіки одержав незалежно від Джорджа Буля та виклав у 1847 році.

**Практичні завдання:**

**1.** Побудуйте заперечення висловлень і з’ясуйте їх істинність:

а) Число 3 є дільником числа 545.

б) Автомобіль не має права їхати на червоне світло.

в) Існують паралелограми з прямими кутами.

г) Рівняння 2*х*2 – 3*х* + 1 = 0 має цілий корінь.

д) Не існує натурального числа, що ділиться на 2.

е) Існує ціле число, яке ділиться на всі цілі числа.

**2.** Серед наведених складених висловлень знайдіть кон’юнкції та диз’юнкції та визначте їх істинність:

а) Число 27 кратне 3 і кратне 9.

б) 17 < 42 < 18.

в) Число 2 просте або парне.

г) ∆ *АВС* є гострокутним, прямокутним або тупокутним.

д) Діагоналі будь-якого паралелограма перпендикулярні та точкою перетину поділяються навпіл.

е) 72 = 49 і (–7)2 = 49.

є) Якщо трикутник рівнобедрений, то він рівносторонній.

ж) 21 ≤ 21.

з) 21 ≤ 18.

**3.** Визначте істинність або хибність складених висловлень для наведених значень змінних:

1) *x* > 0 і *y* > 0 або *x* < 0 і *y* < 0;

2) *x* > 0 і не *y* < 0 або *x* < 0 і *y* > 0.

Значення змінних:

а) *х* = 5, *у* = 8; б) *х* = 5, *у* = –8; в) *х* = –5, *у* = 8; г) *х* = –5, *у* = –8.

**4.** Нехай *А* = «*Іванов вивчає англійську мову*»*, В* = «*Іванов має оцінку 8 з інформатики*»*.* Сформулюйте висловлення:

а) *А ˄* $\overbar{В}$ ; б)$\overbar{А}$ ˅ *B*; в) *A ˅* $\overbar{А}$ ˄ *B*; г) $\overbar{А}$ ˅ $\overbar{В}$ ˄ *А*.

**5.** Укажіть порядок виконання операції в логічних виразах:

а) *A ˅* $\overbar{А}$ ˄ *B*; в) (*A ˄* $\overbar{В}$) ˄ ($\overbar{А}$ ˅ $\overbar{В}$);

б) $\overbar{А}$ ˅ $\overbar{В}$ ˄ *А*; г) $\overbar{А}$ ˄ $\overbar{В}$ ˅ *C ˄* *D*.

**6.** Побудуйте таблиці істинності логічних виразів:

а) *A ˅* *A ˄* *B*; г) (*A ˅* $\overbar{В}$) ˄ ($\overbar{А}$ ˅ $\overbar{В}$);

б) *A ˅* $\overbar{А}$ ˄ *B*; д) $\overbar{А}$ ˅ $\overbar{В}$;

в) *A* ˄ *B ˅* $\overbar{В}$; е) *A ˄* $\overbar{В}$ ˅ $\overbar{А}$ ˄ *B*.

**7.** Доведіть логічні формули:

а) *A ˄* *A* = *A*; г) *A* ˅ (*B* ˄ *C*) = (*A* ˅ *B*) ˄ (*A* ˅ *C*);

б) $\overbar{А˄В}$ = $\overbar{А}$ ˅ $\overbar{В}$; д) *A ˄* (*A* *˅* *B*) = *A*.

в) *A ˄* (*B* ˅ *C*) = (*A* ˄ *B*) ˅ (*A* ˄ *C*);

**Домашнє завдання:**

1. Вивчити конспект.
2. Опрацювати матеріал підручника на ст. 69-70, 71-72. (Й.Я. Ривкінд, Т.І. Лисенко, Л.А. Чернікова, В.В. Шакотько).
3. Завершити виконання практичних завдань.